L.7.11 Sahline

A.S :2008/2009

BAC BLANC

MATHEMATIQUES

Durée : 3.h

Exercice N°1: (3 pts)

Choisir la réponse correcte

1) A et B sont deux événements indépendants tels que $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,2$.

a) $p(A \cap B) = 0,14$ b) $p(A \cup B) = 0,9$ c) $p_A(B) = 0,5$

2) Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir le côté face est égale à $\frac{1}{3}$. On lance 4 fois de suite cette pièce.
Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le côté face ?

a) $\frac{18}{81}$ b) $\frac{72}{81}$ c) $\frac{65}{81}$

3) Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard, n fois de suite (avec $n > 1$).
Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas toutes de la même couleur ?

a) $1 - \frac{1}{2^n}$ b) $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ C) $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

Exercice N°2 : (3pts)

Une étude statistique a prouvé que la durée d'un appel téléphonique X (exprimée en minutes) suit une loi exponentielle de paramètre 0,3.

1/ Calculer la probabilité qu'un appel dure entre deux et cinq minutes
2/ Calculer la probabilité qu'un appel dépasse cinq minutes
3/ Calculer la probabilité qu'un appel ne dépasse pas deux minutes

4/ On sait qu'une minute d'appel coût 0,125 dinars.
Calculer la probabilité que le coût d'un appel dépasse 2 dinars.

Exercice N°3: (4 pts)

On donne les équations différentielles : $(E_0) : y' - 2y = 0$ et $(E) : y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$

1/ Résoudre (E_0)

2/ Vérifier que $f(x) = 2x e^{2x} + 1$ est solution de (E)

3/a) Montrer que $(g - f)$ est solution de (E_0) si et seulement si g est solution de (E)

b) Résoudre alors (E)

4/a) Montrer que la solution de (E) qui s'annule en 0 est $h(x) = (2x - 1)e^{2x} + 1$

b) Vérifier que $1 - h(x) \geq 0$ pour tout $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ en déduire l'aire limitée par la courbe de h dans un repère orthonormé et les droites d'équations $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$ et $y = 1$

Exercice N°4: (5 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $A(-1,1,3)$; $B(2,1,0)$; $C(2,-1,2)$ et I le milieu de $[AB]$

1/a) Déterminer les composantes de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) Donner une équation du plan P défini par les points A, B et C

c) Soit $D(0,1,1)$ .Vérifier que ABCD est un tétraèdre puis calculer son volume

2/ Montrer qu'une équation du plan médiateur de $[AB]$ est $Q : x - z + 1 = 0$

3/ Soit $S = \left\{ M \in \xi \; ; \; \overrightarrow{MA} . \overrightarrow{MC} = 0 \right\}$

a) Montrer que S est une sphère de centre J et de rayon $R = \frac{\sqrt{14}}{2}$

b) Caractériser $S \cap P$

c) Calculer la distance du point J au plan Q puis déterminer $S \cap Q$

Exercice N°5: (5 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 e^{(1-x)}$

Soit (ζ_f) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Avec $\|\vec{i}\| = 2cm$

1/a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

b) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis calculer sa fonction dérivée $f'(x)$

c) Dresser le tableau de variation de f

d) Tracer (ζ_f)

2/ Soit n un entier naturel non nul on considère l'intégrale I_n définie par $I_n = \int_0^1 x^n e^{(1-x)} dx$

a) A l'aide d'une intégration par partie calculer I_1

b) Montrer que pour $n \in \mathbb{N}^*$: $I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$

c) Calculer l'aire de la partie du plan limité par (ζ_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$

3/a) Montrer que pour tout nombre réel x de $[0,1]$ et pour tout n un entier naturel non nul on a $x^n \le x^n e^{(1-x)} \le e.x^n$

b) En déduire un encadrement de I_n puis déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} I_n$